

10 класс

**Задача 1. Стакан-поплавок.** В цилиндрическом сосуде площадь дна которого  $S_2$  плавает тонкостенный цилиндрический стакан с площадью дна  $S_1$  и высотой  $h = 24$  см. Стакан начинают медленно погружать в воду, измеряя зависимость приложенной силы  $F$  от перемещения  $x$  стакана вниз относительно дна сосуда (рис. 1). Оказалось, что силе  $F_1 = 1,0$  Н соответствуют два значения  $x$ :  $x_{1,1} = 1,5$  см и  $x_{1,2} = 7,5$  см, а силе  $F_2 = 2,0$  Н значения  $x$ :

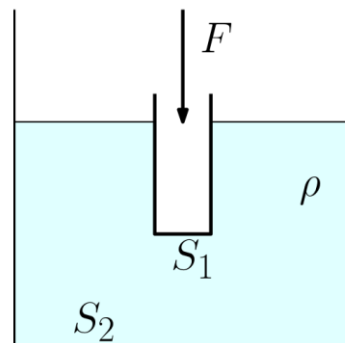


Рис. 1

$x_{2,1} = 3,0$  см и  $x_{2,2} = 7,0$  см. Полагая, что плотность воды  $\rho = 1,0$  г/см<sup>3</sup>, а ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>, вычислите:

- массу стакана;
- площадь  $S_1$  дна стакана;
- площадь  $S_2$  дна сосуда.

Объемом стекла, из которого изготовлен стакан, можно пренебречь по сравнению с объемом воды, которой можно наполнить стакан.

**Возможное решение.** Пусть стакан сместился вниз относительно дна сосуда на расстояние  $x$ . При этом уровень воды в сосуде поднялся на  $xS_1/(S_2 - S_1)$ , а глубина погружения стакана в воду увеличилась на  $xS_2/(S_2 - S_1)$ . При этом сила Архимеда

увеличивается на

$$F = \rho g x \frac{S_1 S_2}{S_2 - S_1} \quad (1)$$

Связь между приложенной к стакану силой  $F$  (она в точности равна увеличению силы Архимеда) и его перемещением  $x$  является линейной (1) до момента, пока уровень воды не сравняется с верхним краем стакана. В этот момент величина силы  $F$  равна

$$F^* = (\rho S_1 h - m) g.$$

В отсутствие внешней силы  $F$  стакан выступал из воды на  $h_1 = h - m/(\rho S_1)$ , поэтому, для того, чтобы уровень воды сравнялся с верхним краем, его необходимо переместить вниз на

$$x^* = \left( h - \frac{m}{\rho S_1} \right) \frac{S_2 - S_1}{S_2}$$

Далее, при перемещении стакана вниз на  $\Delta x$  более, чем  $x^*$  (то есть всего на  $x^* + \Delta x$ ) приложенная сила уменьшается на величину  $\Delta F$  веса воды, втекающей в стакан. При этом  $\Delta F = \rho S_2 \Delta x g$ , а приложенная к стакану сила

18 января, на портале <http://abitu.net/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00. Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abitu.net/vseros>

$$F = F^* - \Delta F = (\rho S_1 h - m)g - \rho S_2 g \Delta x. \quad (2)$$

Таким образом, при  $x > x^*$  сила линейно уменьшается до нуля при

$$x_{\max} = x^* + \Delta x_{\max} = h - \frac{m}{\rho S_1}.$$

Отметим, что максимальное смещение стакана до момента, когда он начинает “тонуть”, в точности равно расстоянию  $h_1$  от верхнего края стакана до уровня воды в начальный момент.

На рисунке представлен график зависимости  $F(x)$  согласно условию задачи. Легко видеть, что

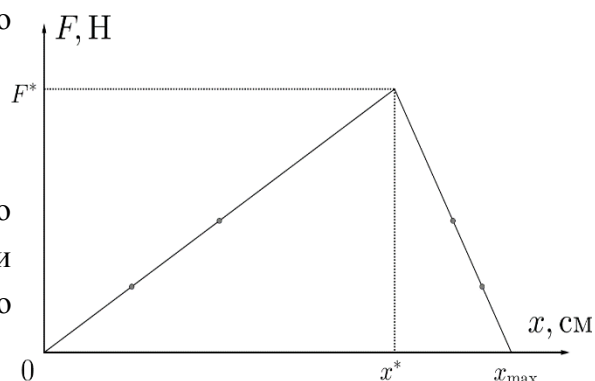


Рис. 2

$$x_{\max} = h_1 = h - \frac{m}{\rho S_1} = 8 \text{ см}; \quad (3)$$

$$x^* = h_1 \left( 1 - \frac{S_1}{S_2} \right) = 6 \text{ см}; \quad (4)$$

$$F^* = \rho S_1 \left( h - \frac{m}{\rho S_1} \right) g = 1 \text{ Н}. \quad (5)$$

Из (3) следует  $\frac{m}{\rho S_1} = 16 \text{ см}$ ; из (4) получим  $\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{4}$ . Подставляя  $\frac{m}{\rho S_1}$  в (5) найдём

$$S_1 = 50 \text{ см}^2, \quad S_2 = 200 \text{ см}^2, \quad m = 0,8 \text{ кг}.$$

### Критерии оценивания

- |   |                |
|---|----------------|
| 1) Связь величины подъёма уровня воды в сосуде с перемещением стакана | <b>1 балл</b>  |
| 2) Связь величины глубины погружения стакана с его перемещением       | <b>1 балл</b>  |
| 3) Уравнение (1)  | <b>1 балл</b>  |
| 4) Идея о втекании воды в стакан                                      | <b>1 балл</b>  |
| 5) Уравнение (2)  | <b>1 балл</b>  |
| 6) Нахождение $F^*$ , $x^*$ , $x_{\max}$                              | <b>3 балла</b> |
| 7) Ответ  | <b>2 балла</b> |

18 января, на портале <http://abitunet/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.

Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abitunet/vseros>

**Задача 2. Вязкий валик.** Однородный цилиндр массы  $m$  и радиуса  $R$  касается двух параллельных длинных вертикальных пластин, движущихся с постоянными скоростями  $v_1$  и  $v_2$  вверх (рис. 1). Между пластинами и поверхностью цилиндра существует вязкое трение, сила его пропорциональна относительной скорости соприкасающихся поверхностей ( $\vec{F}_{\text{тр}} = -\gamma \vec{v}_{\text{отн}}$ ). Коэффициенты вязкого трения для первой и второй пластин равны  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  соответственно.

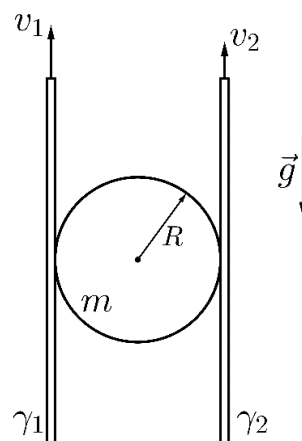


Рис. 1

1. Найдите установившуюся угловую скорость цилиндра, а также скорость его центра.

2. При каком условии цилиндр будет двигаться вверх?

**Возможное решение (Семенин Н.).**

Примем за положительное направление движения цилиндра – вниз, а за положительное направление вращения – по часовой стрелке. Тогда скорость точки  $A$  цилиндра, соприкасающейся с левой доской

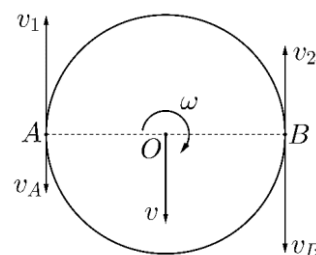


Рис. 2

$$v_A = v - \omega R.$$

Аналогично для точки  $B$  цилиндра, соприкасающейся с правой доской (рис. 2):

$$v_B = v + \omega R$$

При установившемся движении сумма сил, приложенных к цилиндру, равна нулю, а также равен нулю суммарный момент сил трения относительно оси  $O$  цилиндра (рис. 3):

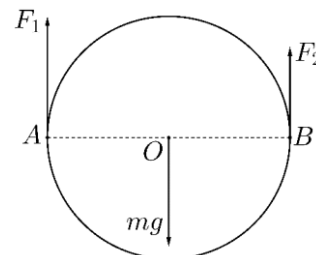


Рис. 3

$$\begin{aligned} mg &= F_1 + F_2 \\ F_1 R &= F_2 R \end{aligned}$$

Подставив

$F_1 = \gamma_1(v_1 + v_A) = \gamma_1(v_1 + v - \omega R)$ ,  $F_2 = \gamma_2(v_2 + v_B) = \gamma_2(v_2 + v + \omega R)$ ,  
получаем систему уравнений

$$\begin{cases} mg = \gamma_1(v_1 + v - \omega R) + \gamma_2(v_2 + v + \omega R) \\ \gamma_1(v_1 + v - \omega R) = \gamma_2(v_2 + v + \omega R), \end{cases}$$

решая которую, находим

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{mg}{4R} \left( \frac{1}{\gamma_2} - \frac{1}{\gamma_1} \right) + \frac{v_1 - v_2}{2R}, \\ v &= \frac{mg}{4} \left( \frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} \right) - \frac{v_1 + v_2}{2}. \end{aligned}$$

Как видно из выражения для скорости, цилиндр движется вверх, если

$$v_1 + v_2 > \frac{mg}{2} \left( \frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} \right).$$

**Критерии оценивания**

Записаны выражения для скоростей точек $A$ и $B$ – по 1 баллу за точку	2 балла
Записано равенство сил, действующих на цилиндр + правило моментов по 1 баллу за точку	2 балла
Получена система, из которой определяется $v$ и $\omega$	2 балла
Проведены необходимые преобразования и найдены $v$ и $\omega$ по 1,5 балла за каждую физическую величину	3 балла
Найдено условие движения цилиндра вверх	1 балл

18 января, на портале <http://abit.net/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.  
Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abit.net/vseros>

**Задача 3. Два шарика на двух нитях.** Легкий цилиндрический сосуд с жидкостью стоит на двух симметричных опорах. Над одной из них внутри сосуда привязан к дну полностью погруженный в жидкость поплавок объемом  $V=10 \text{ см}^3$  и плотностью  $\rho=500 \text{ кг/м}^3$ . Над другой опорой висит привязанный к верху сосуда шарик такого же объема  $V$  и плотностью  $3\rho$  (рис. 1). Найдите модуль разности сил реакции опор.

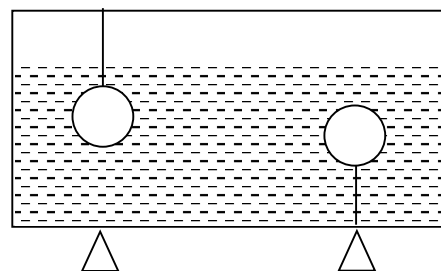


Рис. 1

**Возможное решение (Замятнин М.).** Расставим силы, действующие на сосуд:  $F$ -сила давления на дно, действующая со стороны воды,  $T_1$  и  $T_2$ - силы натяжения нитей,  $N_1$  и  $N_2$ -силы реакций опор (рис. 2).

Запишем правило моментов относительно точки  $A$ :

$$(N_2 + T_2)2l = Fl.$$

Запишем правило моментов относительно точки  $B$ :

$$N_1 2l = T_1 2l + Fl.$$

Найдём силу с которой вода действует на дно сосуда:

$$F = \rho_0 g HS = \rho_0 g \left( \frac{m}{\rho_0} + 2V \right),$$

где  $H$  - уровень воды в сосуде,  $S$  – площадь дна сосуда,  $m$  – масса воды в сосуде.

Запишем условие равновесия для шариков:  $T_1 + \rho_0 Vg = 3\rho Vg$ .

$$T_2 + \rho Vg = \rho_0 Vg.$$

$$N_1 = \frac{mg + 6\rho Vg}{2},$$

$$N_2 = \frac{mg + 2\rho Vg}{2}.$$

Решая систему получим:

$$N_1 - N_2 = 2\rho Vg = 0,1 \text{ мН}.$$

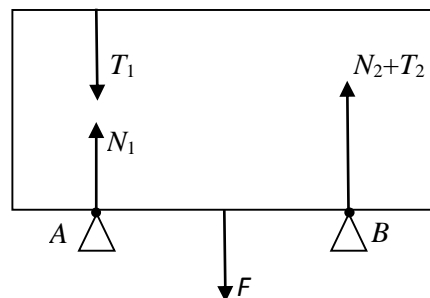


Рис. 2

### Критерии оценивания

1) Записано правило моментов относительно полюса ( $A$ )	1 балл
2) Записано правило моментов относительно полюса ( $B$ )	1 балл
3) Записано условие равновесия для шариков (для каждого по 1 баллу)	2 балла
4) Получено выражение для силы $F$	2 балла
5) Найдена реакция опоры $N_1$	1 балл
6) Найдена реакция опоры $N_2$	1 балл
7) Получен ответ	2 балла

18 января, на портале <http://abitu.net/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.

Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abitu.net/vseros>

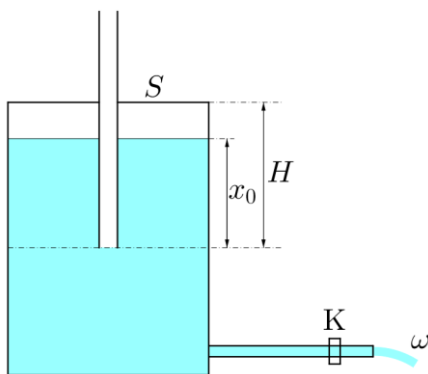


Рис. 1

**Задача 4. Сосуд Мариотта** Сосуд Мариотта представляет собой герметически закрытый цилиндрический сосуд с площадью дна  $S$ , в верхнюю крышку которого вставлена открытая с обоих концов тонкая трубка (рис. 1). Нижний конец трубки расположен на расстоянии  $H$  от верхней крышки сосуда. Около дна сосуда в его боковую стенку вставлена горизонтальная трубка с краном. В начальный момент времени высота уровня воды относительно нижнего конца вертикальной трубки равна  $x_0$ , а сама эта трубка полностью заполнена воздухом. Кран закрыт.

В момент времени  $t = 0$  кран открывают, и вода начинает вытекать из сосуда, а пузырьки воздуха проникать в сосуд через вертикальную трубку. Расход вытекающей жидкости равен  $\omega$  (объем в единицу времени). Температура сосуда  $T$ , атмосферное давление  $p_0$ , молярная масса  $M$  воздуха известны и остаются постоянными. Давлением насыщенных паров воды пренебречь. Считайте, что в ходе всего эксперимента уровень жидкости в сосуде не опустился ниже конца вертикальной трубки.

1. Чему равна масса  $m_0$  воздуха в сосуде над водой в начальный момент времени?
2. Чему равна скорость  $\mu$  изменения массы воздуха в сосуде в начальный момент времени?
3. С какой скоростью  $\beta$  изменяется  $\mu$  (скорость изменения массы воздуха в сосуде) в процессе вытекания воды из него?

**Возможное решение (Кармазин С.).** Пусть  $\omega$  – секундный расход воды, вытекающей из сосуда Мариотта (рис. 2). Скорость опускания уровня воды в сосуде  $v = \omega / S$ . Таким образом, объем воздуха над водой в сосуде изменяется со временем по закону:

$$V = S(H - x_0) + \omega t, \quad (1)$$

а уровень воды  $x$ :

$$x = x_0 - vt = x_0 - \frac{\omega}{S} t.$$

Давление воздуха над поверхностью воды изменяется со временем по закону:

$$p = p_0 - \rho g x = p_0 - \rho g x_0 + \rho g \frac{\omega}{S} t. \quad (2)$$

Найдём массу воздуха над водой:

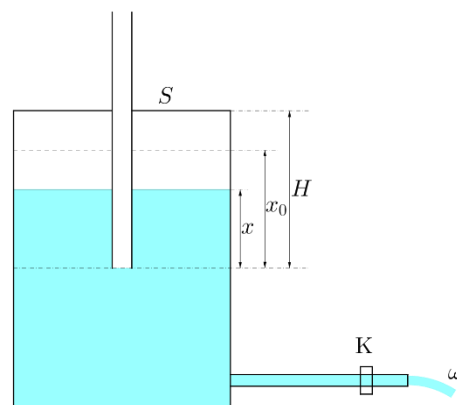


Рис. 2

18 января, на портале <http://abitunet/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.

Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abitunet/vseros>

$$m = \frac{M}{RT} pV = \frac{M}{RT} \left( p_0 - \rho g x_0 + \rho g \frac{\omega}{S} t \right) \left[ S(H - x_0) + \omega t \right] =$$
$$\frac{M}{RT} S(H - x_0)(p_0 - \rho g x_0) + \frac{M}{RT} \omega \left[ (p_0 - \rho g x_0) + \rho g(H - x_0) \right] t + \frac{M}{RT} \frac{\rho g (\omega t)^2}{S}.$$

Масса воздуха в сосуде над водой в начальный момент времени

$$m(0) = \frac{M}{RT} S(H - x_0)(p_0 - \rho g x_0).$$

Скорость изменения массы воздуха в сосуде в начальный момент времени

$$\mu(0) = \frac{dm}{dt} = \frac{M}{RT} \omega [p_0 + \rho g H - 2\rho g x_0].$$

Скорость  $\beta$  изменения  $\mu$  (скорости изменения массы воздуха в сосуде)

$$\beta = \frac{d\mu}{dt} = 2 \frac{M}{RT} \frac{\rho g \omega^2}{S}.$$

### Критерии оценивания

- |  |         |
|--|---------|
| 1) Найден объем воздуха над водой в сосуде                     | 1 балл  |
| 2) Найден уровень воды в сосуде                                | 1 балл  |
| 3) Найдено давление воздуха над поверхностью воды              | 2 балла |
| 4) Найдена масса воздуха над водой                             | 3 балла |
| 5) Найдена масса воздуха в сосуде над водой в начальный момент | 1 балл  |
| 6) Найдена скорость изменения массы воздуха в сосуде           | 1 балл  |
| 7) Найдена скорость изменения скорости изменения массы воздуха | 1 балл  |

18 января, на портале <http://abitunet/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.

Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abitunet/vseros>

**Задача 5. Зацепился!** На электродвигатель постоянного тока установили датчик температуры. На верхнем этаже стройки поставили лебедку, приводимую в движение этим двигателем. В начале рабочего дня лебедка стала поднимать груз массой  $M = 67,5$  кг. Не доехав всего один этаж до лебёдки, груз зацепился. На каком этаже это произошло? Зависимость температуры двигателя от времени  $T(t)$  изображена на рис. 1. Известно, что на двигатель всегда подается одно и то же напряжение; трением в подшипниках двигателя и лебёдки пренебречь.

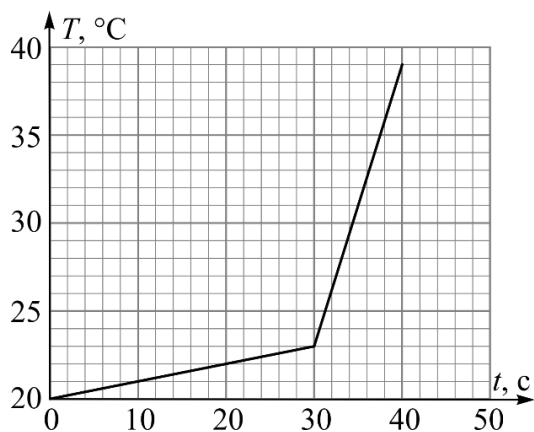


Рис. 1

Принять  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>, высоту одного этажа 3 м, теплоемкость электродвигателя  $C = 4,5$  кДж/°C.

**Возможное решение (Юдин И.).** Пусть двигатель подключен к сети с напряжением  $U_0$ ;  $N_1$  и  $N_2$  – мощность тепловых потерь на первом и втором участке работы двигателя (с нагрузкой и с "заклиниванием");  $I_0$  – сила тока при работе двигателя, поднимающего груз;  $N_m$  – механическая мощность по поднятию груза,  $R$  – сопротивление обмотки двигателя,  $v$  – скорость груза, поднимаемого на 1 участке.

Энергетический баланс на 1 участке:

$$U_0 I_0 = N_1 + N_m, \quad (1)$$

где

$$N_1 = RI_0^2. \quad (2)$$

На участке 2 мощность, потребляемая двигателем

$$N_2 = \frac{U_0^2}{R}. \quad (3)$$

Заметим, что

$$N_1 N_2 = (I_0 U_0)^2. \quad (4)$$

Тогда с учётом (2), (3), (4) выражение (1) примет вид:

$$\sqrt{N_1 N_2} = N_1 + N_m,$$

откуда следует:

$$N_m = \sqrt{N_1 N_2} - N_1.$$

Из графика, данного в условии, находим

$$N_1 = C \left( \frac{\Delta T}{\Delta t} \right)_1 = 4500 \left( \frac{\text{Дж}}{^\circ\text{C}} \right) 0,1 \left( \frac{^\circ\text{C}}{\text{с}} \right) = 450 \text{ Вт.}$$

$$N_2 = C \left( \frac{\Delta T}{\Delta t} \right)_2 = 4500 \left( \frac{\text{Дж}}{^\circ\text{C}} \right) 1,6 \left( \frac{^\circ\text{C}}{\text{с}} \right) = 7200 \text{ Вт.}$$

Механическая мощность  $N_m = \sqrt{N_1 N_2} - N_1 = 1800 \text{ Вт} - 450 \text{ Вт} = 1350 \text{ Вт.}$

18 января, на портале <http://abitunet/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.

Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abitunet/vseros>



С другой стороны,

$$N_m = Mg\nu.$$

Из двух последних уравнений получим

$$\nu = \frac{N_m}{Mg} = 2 \text{ м/с}.$$

Высота, на которой зацепился груз

$$H = \nu t = 60 \text{ м} \text{ или на границе 20 и 21 этажей.}$$

### Критерии оценивания

1) Уравнения энергетического баланса для первого участка	1 балл
2) Уравнения энергетического баланса для второго участка	1 балл
3) Выражение для механической мощности через тепловые	1 балл
3) Вычисление тепловых мощностей из графика $T(t)$ (формула + число)	
на 1 участке (1+ 0,5 балла)	1,5 балла
на 2 участке (1+ 0,5 балла)	1,5 балла
4) Выражение для скорости поднятия груза	2 балла
численное значение	1 балл
5) Итоговый численный ответ	1 балл

18 января, на портале <http://abitunet/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00. Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abitunet/vseros>